

## Комбинаторика-2

09 июля

- Сколько разных слов можно получить перестановкой букв в слове а) КРЮК; б) КРОКОДИЛ; в) КРОКОДИЛООБРАЗНЫЙ?
- Сколько разных натуральных чисел можно составить из трёх единиц, трёх двоек и трёх нулей?
- Проводится турнир, в котором участвует 2025 команд. В следующий тур выходят команды, занявшие первые три места. Сколькими способами могут быть определены эти три команды? Четыре? А  $k$  команд из участвующих  $n$  ( $0 \leq k \leq n$ )?
- В группе 6 класса занимаются 4 девочек и 12 мальчиков. Для участия в турнире необходимо составить команду из 6 человек. Сколькими способами можно это сделать, если
  - в команду должны входить только мальчики;
  - в команду должны входить все девочки;
  - в команде должно быть поровну девочек и мальчиков;
  - в команде должно быть не меньше двух девочек?
- а) На рисунке изображён план города, разбитого на прямоугольные кварталы. Пешеход хочет пройти из пункта  $A$  в пункт  $B$  кратчайшим путём. Сколькими различными способами он сможет это сделать?  
 б) Тот же вопрос, если пешеход не хочет по пути проходить через точку  $C$ .
- Сколькими способами на вершинах данного выпуклого 2025-угольника можно построить:
  - выпуклых четырехугольников;
  - четырёхзвенных замкнутых ломаных?*(Напомним, выпуклый многоугольник содержит все свои диагонали).*
- Человек имеет 6 друзей и в течение 5 дней приглашает к себе в гости каких-то троих из них так, чтобы компания ни разу не повторялась. Сколькими способами он может это сделать?
- а) В классе 10 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами они могут образовать 10 танцевальных пар, где мальчик танцует с девочкой?  
 б) В классе 20 человек. Каждый день дежурят двое. Сколькими способами можно составить график дежурств на 10 дней, чтобы никто не дежурил дважды?  
 в) Сколькими способами можно разбить 20 человек на пары?
- Сколькими способами можно переставить буквы слова «перешеек», чтобы все 4 буквы «е» не стояли подряд?
- Сколькими способами можно выбрать три попарно различных числа от 1 до 30 так, чтобы их сумма делилась на 3?
- Улитка должна проползти вдоль линий клетчатой бумаги путь длины 10, начав и закончив свой путь в одном и том же узле сетки. Сколькими способами она может это сделать?

12. На клетчатой доске  $10 \times 10$  пьяный король может ходить на одну клетку вверх, вправо или вправо-вверх по диагонали, но не может делать два хода подряд в одном направлении. Он прошёл из левого нижнего в правый верхний угол за минимальное возможное для него число ходов. Сколько есть разных маршрутов для такого подвига?
13. Карусель состоит из 33 одинаковых серых сидений, расположенных по кругу. Сколькими способами можно покрасить 4 сиденья в красный цвет так, чтобы не было двух красных сидений подряд?
14. В языке племени УЫ всего две буквы: «У» и «Ы». Словом считается любая последовательность из  $2n$  букв У и  $2n$  букв Ы (число  $n$  дано и фиксировано). Языковеды называют слова похожими, если одно можно получить из другого одной перестановкой двух соседних букв У и Ы. Какое наибольшее количество слов можно выписать на доску так, чтобы любые два из выписанных слов не были похожи? В записи ответа допустимы только четыре арифметические операции, возведение в степень, взятие факториала и стандартных комбинаторных величин, там не должно содержаться многоточий и число использованных операций не должно зависеть от  $n$ .